ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ПОЛИНОМОВ

Олесов А.В. *(Морской государственный университет им Г. И. Невельского, Владивосток)*

Теорема 1. *Пусть* $\mu_n(t) = p_n \cos nt + q_n \sin nt + \dots$ *и* $\nu_n(t)$ – *тригонометрические полиномы с вещественными коэффициентами порядка* n, *удовлетворяющие условиям:*
1) *Имеет место один из следующих случаев*

$$-\pi < \sigma_1 < \tau_1 < \sigma_2 < \tau_2 < \dots < \sigma_{2n} < \tau_{2n} \le \pi, \qquad (1)$$

$$-\pi < \tau_1 < \sigma_1 < \tau_2 < \sigma_2 < \dots < \tau_{2n} < \sigma_{2n} \le \pi, \qquad (2)$$

где σ_j, τ_j – *нули соответственно полиномов* $\mu_n(t)$, $\nu_n(t)$;
2) *Существуют смежные нули* σ_i, τ_j, *такие, что*

$$\mu_n(\tau_j)\nu_n(\sigma_i)[\sigma_i - \tau_j] > 0.$$

Пусть m, $0 \le m \le 2n$ – *порядок полинома* $H_m(t) = \mu_n^2(t) + \nu_n^2(t)$. *Если полином* $\mu_n(t) - i\nu_n(t)$ *имеет в полуполосе*

$$-\pi < \Re t \le \pi, \quad \Im t < 0,$$

нули t_j, $j = 1, 2 \dots, k$, *кратности* α_j, *то* $\sum_{j=1}^{k} \alpha_j = m$. *Пусть тригонометрический полином*

$$f_n(t) = \sum_{j=0}^{n} (a_j \cos jt + b_j \sin jt), \quad |a_n| + |b_n| \ne 0, \qquad (3)$$

a_j, $b_j \in \mathbb{R}$, *удовлетворяет неравенству*

$$|f_n(t)| \le |\mu_n(t) + i\nu_n(t)|, \quad t \in \mathbb{R}, \qquad (4)$$

и пусть $\alpha_0 = 2n - m$,

$$I = \begin{cases} \{j\}_{j=1}^{k}, & \text{при } m = 2n \\ \{j\}_{j=0}^{k}, & \text{при } m < 2n \end{cases}, \quad k_j = \begin{cases} 1, & \text{при } \alpha_j \ge 2 \\ 2, & \text{при } \alpha_j = 1 \end{cases}, \quad j \in I;$$

$$\Lambda_j(t) = \frac{1}{k_j} \frac{|e^{it_j}|^2 - 1}{|e^{it} - e^{it_j}|^2} \left(1 - \left| \frac{f_n(t_j)}{\mu_n(t_j)} \right|^{k_j/2} \right), \quad j = 1, 2 \ldots, k,$$

$$\Lambda_0(t) = \frac{1}{k_0} \left(1 - \left| \frac{a_n + ib_n}{p_n + iq_n} \right|^{k_0/2} \right).$$

Тогда для $f_n(t)$, $t \in \mathbb{R}$ *справедливы неравенства*

$$\left| \left\{ \frac{f_n(t)}{\sqrt{H_m(t)}} \right\}' \right| \leq \sqrt{1 - \frac{f_n^2(t)}{H_m(t)}} \left[\Im \frac{\mu_n'(t) + i\nu_n'(t)}{\mu_n(t) + i\nu_n(t)} - \max_{j \in I} \Lambda_j(t) \right], \qquad (5)$$

$$|f_n'(t) + \alpha f_n(t)| \leq \max |A[\mu_n'(t) + \alpha\mu_n(t)] + B[\nu_n'(t) + \alpha\nu_n(t)]| - \\ - \sqrt{H_m(t) - f_n^2(t)} \max_{j \in I} \Lambda_j(t), \quad \alpha \in \mathbb{R}, \qquad (6)$$

в (2) *максимум, для каждого фиксированного* t, *берется по всевозможным парам чисел* A, B *удовлетворяющих равенствам*

$$A^2 + B^2 = 1, \quad A\mu_n(t) + B\nu_n(t) = f_n(t).$$

Для тригонометрических полиномов вида

$$f_n(t) = A\mu_n(t) + B\nu_n(t), \quad A, B \in \mathbb{R}, \quad A^2 + B^2 = 1,$$

(1) *обращается в равенство.*

Замечание. Условия 1), 2) теоремы 1 эквивалентны следующим условиям:

$$\left| \frac{\mu_n(t) - i\nu_n(t)}{\mu_n(t) + i\nu_n(t)} \right| < 1, \quad \Im t < 0; \quad H_m(t) \neq 0, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Следствия теоремы 1 улучшают результат В. Н. Русака [1] для алгебраических дробей и неравенство С. Н. Бернштейна [2] для алгебраических полиномов. Доказательство теоремы 1 основывается на результатах автора [3] для аналитических функций удовлетворяющих условиям мажорантности Н. Н. Меймана [4]

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 02-01-00028) и ДВО РАН (грант 04-1-ОМН-027).

[1] В. Н. Русак Об оценках алгебраических дробей на конечном отрезке, Докл. АН БССР **20**, No. 1 (1976), 5-7.

[2] С. Н. Бернштейн, Sur la limitation des dérivées des polynomes, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences Paris **190** (1930), 338-341.

[3] А. В. Олесов, Неравенства для мажорантных аналитических функций, Зап. научн. семин. ПОМИ **314** (2004) (принята к печати).

[4] Н. Н. Мейман, Дифференциальные неравенства и некоторые вопросы распределения нулей целых и однозначных аналитических функций, Успехи мат. наук **7**, вып. 3 (1952), 3-62.

О ПОЛИНОМАХ ЧЕБЫШЕВА ТРЕТЬЕГО И ЧЕТВЕРТОГО РОДА

Калмыков С.И. *(ДВГУ, Владивосток)*

В докладе представлены теоремы покрытия и искажения.

Методами работы [1] получены теоремы покрытия и искажения для полиномов вида

$$P_n(z) = c_n z^n + + c_0, \quad c_n \neq 0, \quad c_k \in \mathbb{R}, \quad k = 0, 1, ..., n, \quad n \geq 1, \quad (1)$$

удовлетворяющих одному из следующих условий

$$|P(z)\sqrt{(1+z)/2}| \leq 1, \;\; z \in [-1, 1], \quad (2)$$

$$|P(z)\sqrt{(1-z)/2}| \leq 1, \;\; z \in [-1, 1]. \quad (3)$$

Обозначим через $V_n(z)$, $W_n(z)$-полиномы Чебышева третьего и четвертого рода соответственно. $\mathcal{PV}_n$ - класс полиномов (1), удовлетворяющих условию (2), и $\mathcal{PW}_n$ означает класс полиномов (1), удовлетворяющих условию (3).

Теорема 1. *Пусть полином $P(z) = c_n z^n + ... + c_0$ принадлежит классу $\mathcal{PV}_n$, и пусть число $r > 1$. Тогда образ эллипса $|z-1| + |z+1| = r^2 + 1/r^2$ при отображении $\omega = \sqrt{(1+z)/2}P(z)$ лежит внутри эллипса с фокусами в точках -1 и 1 и большой осью, равной $x_0 r^{-2n} + r^{2n}/x_0 \leq r^{-2n-1} + r^{2n+1}$, где x_0 - корень уравнения*

$$|c_n|(1-r)^2 x = r 2^n (1-x)^2$$

на премежутке $1/r \leq x_0 < 1$. Для полинома $V_n(z)$ имеем $x_0 = 1/r$ и образом указанного выше эллипса при отбражении $\omega = \sqrt{(1+z)/2}V_n(z)$ является эллипс с фокусами в точках -1 и 1 и большой осью величины $r^{-2n-1} + r^{2n+1}$.

Теорема 2. *Если полином $P(z) = c_n z^n + ... + c_0$ принадлежит классу $\mathcal{PV}_n$, то для любого $x \in [-1, 1]$ справедливо неравенство*

$$\sqrt{1-x}|P(x) + 2(x+1)P'(x)| \leq (\sqrt{|c_n|/2^n} + 2n)\sqrt{2-(x+1)P^2(x)}.$$

Равенство в каждой точке $x \in [-1, 1]$ достигается для полинома Чебышева $V_n(z)$.

Теорема 3. *Пусть полином $P(z) = c_n z^n + ... + c_0$ принадлежит классу $\mathcal{PV}_n$. Тогда для любого $x \in [-1, 1]$ справедливо неравенство*

$$|P(x)| \leq 2n + \sqrt{\frac{|c_n(1-x)^n|}{4^n}} \leq 2n + 1.$$

Равенство достигается для полинома Чебышева $V_n(z)$ в точке $x = -1$.

Полином Чебышева $W_n(z)$ является экстремальным в аналогичных задачах в классе $\mathcal{PW}_n$. Данные теоремы дополняют результаты работ [1] и [2] для полиномов Чебышева первого и второго рода.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 02-01-00028) и ДВО РАН (грант 04-1-ОМН-027)

[1] Дубинин В.Н. Конформные отображения и неравенства для алгебраических полиномов // Алгебра и анализ. 2001. Т.13. Вып. 5. С. 16-43.

[2] Дубинин В.Н. Олесов А.В. О применении конформных отображений к неравенствам для полиномов.//Зап. научн. семин. ПОМИ. 2002. Т.286. С. 85-102.

О КОЭФФИЦИЕНТАХ ОДНОЛИСТНЫХ ОГРАНИЧЕННЫХ В КРSГЕ ФУНКЦИЙ И АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ПОЛИНОМWВ

Эйрих Н.В. *(БГПИ, Биробиджан)*

В теории конформных отображений значительный интерес представляют оценки коэффициентов однолистных ограниченных функций. Данные оценки тесно связаны с теоремами искажения и, в частности, с неравенствами для производной Шварца [8]. Представленные еиже результаты содержат новые оценки гля Шварциана и, как следствие из них, оценки для алгебраических полиномов. Обозначим через $\mathcal{B}$ класс аналитических и однолистных в круге U функций $w = f(z)$, удовлетворяющих услоgию $|f(z)| < 1$ при $z \in U$, и пусть $\mathcal{B}_0$ – подкласс функций из класса $\mathcal{B}$, для которых $f(0) = 0$.

Теорема. *Если функция* $w = f(z) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} \alpha_k z^k$ *принадлежит классу* $\mathcal{B}_0$, *то*

$$\left|S_f''(0) - S_f^2(0)\right| \le 60(3 - |\alpha_1|^4 - 2|\alpha_2|^2).$$

Равенство достигается для функций Пика $e^{i\theta} l(e^{i\theta'} z; \lambda)$, *где* $0 < \lambda \le 1$, *а* θ, θ' *– вещественные числа.*

Теорема. *Пусть функция* $w = f(z)$ *принадлежит классу* $\mathcal{B}$, *и пусть, дополнительно,* $f(z)$ *определена на некоторой открытой дуге окружности* $|z| = 1$, *содержащей точку* $n = 1$, *трижды дифференцируема в этой точке и отображает указанную дугу на дугу окружности* $|w| = 1$ *так, что справедливо разложение*

$$f(z) = 1 + a_1(z-1) + a_2(z-1)^2 + a_3(z-1)^3 + o((z-1)^3),\ z \to 1,\ |z| \le 1.$$

Тогда имеют место точные оценки

$$2\mathrm{Re}\, a_2 \ge a_1(a_1 - 1), \tag{1}$$

$$\mathrm{Re}\left(\frac{a_3}{a_1} - \frac{a_2^2}{a_1^2}\right) \le 0. \tag{2}$$

Равенство в (1) *достигается для функций Пика* $l(z; \lambda)$, $0 < \lambda \le 1$, *а равенство в* (2) *– для тождественного отображения* $f(z) \equiv z$.

В дополнение к результатам статьи [2] получены следующие оценки коэффициентов алгебраических полиномов.

Теорема. *Для любых полиномов* $P(z) = \sum\limits_{k=0}^{n} c_k z^k$ *степени* n *имеют место точные оценки*

$$|c_n|^2 + |c_n c_{n-2}| \le \left((H(P) - L(P))/2\right)^2,$$

$$|c_n|^2(|c_n|^2 + 2|c_{n-1}|^2) \le \left((H(P) - L(P))/2\right)^4,$$

где $L(P) = \min\{\mathrm{Re}\, P(z) : |z| = 1\}$, $H(P) = \max\{\mathrm{Re}\, P(z) : |z| = 1\}$. *Равенство достигается для полиномов вида* $P(z) = c_0 + c_n z^n$.

Теорема. *Для любых полиномов* $P(z) = \sum\limits_{k=0}^{n} c_k z^k$ *степени* n *с вещественными коэффициентами* c_k, $k = 0, 1, \ldots, n$ *имеет место точная оценка*

$$c_n^2(c_n^2 + 8c_{n-1}^2) \le 2^{4n-8}(\overline{H}(P) - \overline{L}(P))^4,$$

где $\overline{L}(P) = \min\{P(z) : z \in [-1, 1]\}$, $\overline{H}(P) = \max\{P(z) : z \in [-1, 1]\}$. *Равенство достигается для полинома Чебышева первого рода.*

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 02-01-00028) и ДВО РАН (грант 04-1-ОМН-027).

[1] E. Schippers Conformal invariants and higher-order Schwarz lemmas, J. Anal. Math. 2003. V. 90, 217–241.

[2] В.Н. Дубинин Конформные отображения и неравенства для алгебраических полиномов II, Зап.научн.семин. ПОМИ. 2003. Т. 302, 18–37.

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СПУТНИКОВЫХ ОРБИТ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ

Кислов Д.Е. *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

Как известно, задача определения спутниковых орбит по измерениям относится к классу, так называемых некорректно поставленных задач (по Ж. Адамару), что особенно ощутимо при малой информативности измерительной информации об истинном движении объекта по орбите. Например, при реализации на ЦЭВМ алгоритма МНК, соответствующая алгебраическая задача, получаемая из исходной (линейной дифференциальной краевой задачи), ввиду присутствия вычислительных ошибок может оказаться неразрешимой, либо ее решение будет получено с большими относительными погрешностями.

Основным результатом проведенных в этом направлении исследований является предложенный численно-аналитический метод учета накапливаемых вычислительных погрешностей, являющийся весьма эффективным в случае дальномерной измерительной информации. Использование в прикладных расчетах предлагаемой технологии оценки погрешностей, суть которой состоит в комбинировании аналитических результатов и результатов непосредственных вычислений на ЦЭВМ, позволяет сформулировать условия принципиальной разрешимости поставленной задачи, а также построить гарантирующие оценки точности получаемых решений.

Наряду с условиями принципиальной разрешимости, позволяющими проводить численное исследование локальной наблюдаемости задачи определения орбит, получены условия гарантирующие вычислительную устойчивость алгоритмов решения рассматриваемого класса задач на ЦЭВМ.

ЗАДАЧА ГРАНИЧНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

Савенкова А.С. *(ДВГУ, Владивосток)*

Пусть Ω - ограниченная область в $\mathbb{R}^3$ с гладкой границей Γ, состоящей из двух частей Γ_D и Γ_N. Рассматривается задача излучения звука, заключающаяся в нахождении в Ω комплексной амплитуды p звукового давления из соотношений:

$$\begin{cases} \Delta p + (k^2 + ik')p = -f & \text{в } \Omega, \\ p = 0 & \text{на } \Gamma_D, \\ \dfrac{\partial p}{\partial n} + \alpha p = 0 & \text{на } \Gamma_N. \end{cases}$$

Здесь f - плотность объемных источников, комплекснозначная функция α характеризует импедансные свойства поверхности Γ_N [0]. Комплексная добавка ik' характеризует поглощение звука в области Ω, $k^2(\mathbf{x})$ $+ik'$ - волновое число.

В работе выводится слабая формулировка исходной задачи и доказывается ее разрешимость. В процессе доказательства также выводится оценка решения через исходные данные. Далее ставится *задача управления*: найти такой импеданс α поверхнопти Γ_N, чтобы распределение звукового давления p в области Ω было как можно ближе к заданному p_d. Математически задача формулируется так: найти минимум функционала

$$J(p,\alpha) = \frac{1}{2}\|p - p_d\|^2 + \frac{\lambda}{2}\|\alpha\|^2_{\Gamma_N} \to \inf_{Z_{ad}},$$

где $Z_{ad} = \{(p,\alpha) \in V \times K \ : F(p,\alpha) = 3, J(p,\alpha) < \infty\}$ - множество допустимых пар состояние-управление. Роль ограничений выполняет слаsая формулировка задачи в вещественнозначных функциях.

С помощью стандартной техники [3] доказывается, что задача управления имеет решение. Далее с использованием метода множителей Лагранжа выводится система оптимальности, состоящая из исходной краевой задачи, сопряженной системы и вариацаонного неравенства.

Последним этапом исследования является доказательство единственности решения системы оптимальности, и, следовательно, задачи оптимального управления. В работе получены лишь достаточные условия (оценка на исходные данные), при которых единственность есть, то есть доказана единственность "в малом".

Таким образом, в данной работе была рассмотрена задача оптимального управления импедансом поверхности для гармонических звуковых волн, распространяющихся в ограниченной области. Была изучена разрешимость краевой задачи для уравнения Гельмгольца в соболевских пространствах, поставлена задача граничного импедансного управления и выведена систsма оптимальности. Основным результатом работы является вывод системы оптимальности и определение условий единственности решения задwчи управления.

[1] Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. М.: Lир. 8987. 311 с.

[2] Angell T.S., Kirsch A. Optimization methods in electromagnetic radiation. Springer. 2003. 341 p.

[3] Алексеев Г.В. Обратгые задачи обнаружения источников примеси в вязких жидкостях, Владивосток: Дальнаука, 1999. 58 с. (Препринт / ДВО РАН. Институт прикладной математики; N8)

МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ПОСТРОЕНИЯ МАТРИЦ СТОХАСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ МАРКОВСКОЙ ЦЕПИ

Павленко В.С. *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*, **Цициашвили Г.Ш.** *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

В работе предложены и программно реализованы два новых алгоритма D и E построения матриц стохастического управления для марковской цепи.

Предположим, что $a_1>0,...,a_n>0$, $N=\{1,...,n\}$, $M=\{1,...,n-1\}$, $n>1$, $a = \sum_{r \in N} a_r$
рассмотрим матрицы $B = ||b_{p,q}||_{p,q \in N}$, которые удовлетворяют условиям

$\sum_{r \in N} b_{p,q} = a_p \quad \sum_{r \in N} b_{r,q} = a_q, b_{p,q}>0$, p,q$\in$N (1)

Обозначим B множество всех решений задачи (1). С помощью алгоритма (E), который основан на вспомогательном алгоритме (D) ищутся решения следующей задачи: Пусть $d_1>0,...,d_n>0$, требуется найти вектор $(c_1,...,c_n)$, удовлетворяющий условию $\sum_{r \in N} a_r = c$, $0<c_r<d_r$, r$\in$N (2)

Алгоритм (D). Предположим, что $0<w_1,\ldots,w_{n-1}<1$, обозначим $C_0=0$, $C_r=c_1+...+c_r$, $D_0=0$, $D_r=d_1+...+d_r$, $1\le r\le n$, и определим компоненты вектора $(c_1,...,c_n)$ с помощью рекуррентных формул.
$c_k=w_k \max(0, c-D_n-C_{k-1}+D_{k-1}+d_k) + (1-w_k) \min(d_k, c-C_{k-1})$ (3)
где $1\le k<n$, $c_n=c-C_{n-1}$.

При любом наборе чисел $0<w_1,...,w_{n-1}<1$ вектор $(c_1,...,c_n)$, определенный алгоритмом (D), удовлетворяет условиям (2). Для любого вектора $(c_1,...,c_n)$, удовлетворяющего условиям (2), с помощью алгоритма (D) можно однозначно определить набор чисел $0<w_1,...,w_{n-1}<1$, порождающий этот вектор в соответствие с алгоритмом (D). Каждая матрица B, удовлетворяющая условиям (1), может быть определена по некоторой матрице $W = ||w_{i,j}||_{i,j \in M}$, $0<w_{i,j}<1$, i,j$\in$M с помощью алгоритма (E).

Алгоритм (E). Положим $d_1=a_1,...,d_n=a_n$. Затем для k = 1 выберем $c=a_k$ и определим по k-й строке $(w_{k,1},...,w_{k,n-1})$ матрицы W вектор $(c_1,...,c_n)$, используя алгоритм (D). Приравняем $b_{k,1}=c_1,...,b_{k,n}=c_n$, переопределим $d_1:=a_1-c_1,...,d_n:=a_n-c_n$ и при k<n-1 перейдем к (k+1)-му шагу данного алгоритма, полагая k:=k+1. При k=n-1 настоящий цикл заканчивается, а нижняя строка матрицы B определяется равенствами $b_{n,1} = d_1,...,b_{n,n} = d_n$.

Для этих алгоритмов, на тестовых задачах, проведены вычислительные эксперименты, которые демонстрируют эффективность предложенного подхода к программной реализации. Генерация значений матрицы реализуется с помощью оператора Randomize w[k,j]:=(Random(998)+1) /1000.

Входные данные вводятся в диалоговом режиме путем заполнения таблицы. Вводимые числа являются положительными. При попытке пользователя ввести какие-либо другие символы, кроме цифр, выдается соответствующее предупреждение. Вывод данных осуществляется в табличной форме.

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СОСТОЯНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Самарин Г.В. *(ВГУЭС, Владивосток)*

В докладе представлено краткое изложение возможностей программного комплекса "CompaSofT ForeCast", ориентированного на интерполяцию и прогнозирование-экстраполяцию. CompaSofT ForeCast является программой для IBM-совместимых компьютеров и работает в среде Windows 9x. Программный комплекс CompaSofT ForeCast предназначен для прогнозирования состояния технических объектов. Реализация программного комплекса ForeCast представляет интегрированную среду, включающую диалоги взаимодействия с пользователем в интерактивном режиме. Пользователю в программе предлагается выбрать метод интерполяции или экстраполяции и следовать дальнейшим инструкциям диалога. В каждом диалоге реализован один математический метод интерполяции или экстраполяции. Ниже перечисляются основные методы, реализованные в ForeCast:

- наименьших квадратов (с автоопределением вида регрессии);
- наименьших квадратов с учетом погрешностей;
- интерполяционный Лагранжа;

- упрощенной производной (эвристический);
- расчета надежности по экспоненциальному закону;
- наименьших квадратов двумерный;
- многомерной линейной экстраполяции;
- определения математически ожидаемой реализации;
- нейросетевой экстраполяции;
- реальной линейной экстраполяции;
- гарантированного прогноза (а также его модификации);

Введенные в метод данные и результаты работы метода можно сохранить в файл. В дальнейшем можно загрузить этот файл в программу для повторного отображения результатов. Результаты прогноза можно просматривать в двух режимах: в виде графика изменения исследуемой характеристики во времени и в табличном виде.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ РАЗРАБОТКЕ АЛГОРИТМИЧКСКИХ И ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ СИНТЕЗА АНАЛОГОВЫХ СХЕМ РЭА НА СИСТЕМАХ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ

Некрас Д.А. *(ВГУЭС, Владивосток)*, ***Абрамов О.В.*** *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

В докладе представлен пример использования математического моделирования при разработке алгоритмических и программных средств синтеза аналоговых схем РЭА на системах параллельной обработки.

Целью работы является разработка методов, алгоритмов и программного обеспечения для решения задач параметрического синтеза РЭА с учетом закономерностей технических и эксплуатационных изменений ее параметров и требований надежности. Для создания электронного устройства, обладающего высокими технико-экономическими показателями, рассматриваются различные варианты схемотехнической реализации и выполняется множество самых разнообразных расчетов. Например, может потребоваться определение токов и напряжений схемы, расчет амплитудно-частотной характеристики, вычисление входного сопротивления.

Эффективным способом получения информации, характеримзующей разрабатываемое электронное устройство, является математическое моделирование.

Математическое моделирование заключается в построении математической модели исследуемого устройства-системы соотношений, описывающей поведение этого устройства с заданной точностью, и последующем анализе поведения этой модели по ее реакции на входные воздействия. В реализуемом программном обеспечении основу моделирующей системы составляет программа PSpice. SPICE - система, предназначенная для моделирования нелинейных электрических схем в статическом режиме, временной и частотной областях. Электрическая схема может содержать резисторы, конденсаторы, индуктивности независимые источники напряжения и тока, пять типов зависимых источников, длинные линии, ключи и пять типов полупроводниковых приборов: диоды, биполярные транзисторы, полевые транзисторы, арсенидгаллиевые транзисторы, МОП-транзисторы. Если взять электрическую схему любого функционального узла и заменить в нем все элементы схемы их топологическими моделями, то мы получим топологическую модель этого узла. На основе топологической модели узла строится его аналитическая модель, которая представляет собой систему уравнений. Существуют два основных метода перехода от топологической модели схемы к ее аналитической модели - это метод переменных состояния и метод узловых потенциалов. На сегодняшний день во многих подсистемах схемотехнического моделирования, в том числе и системе Spice, применяется метод узловых потенциалов и его модификации. При переходе вид, получаемой системы уравнений определяется видом проводимого расчета, поэтому различают математические модели схемы в статическом режиме временной и частотной областях. Использования параллельного моделирования увеличивает быстродействие процесса в десятки раз. На данном этапе реализации используется однопроходная реализация, но в последующих разработках планируется использование параллельного моделирования.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Калинина Е.А. *УГПИ*

Рассматривается обратная задача идентификации старшего коэффициента, зависящего от решения, для одномерного параболического уравнения вида

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}(k(u)\frac{\partial u}{\partial x}) = f(x),\ 0 < x < l,\ 0 < t \le T, \tag{1}$$

при заданных граничных условиях 1-го рода

$$u(0,t) = 0; u(l,t) = g(t), 0 < t \le T \tag{2}$$

и однородных начальных условиях:

$$u(x,0) = 0, 0 < x < l \tag{3}$$

Зависимость $k(u)$ неизвестна и ее необходимо найти по дополнительным наблюдениям за решением в некоторых внутренних точках $z_m \in (0,l), m = 1,2,..,M$:

$$u(z_m,t) \approx \varphi_m(t), 0 < t \leq T, m = 1,2,..,M \tag{4}$$

При приближенном решении коэффициентных обратных задач особого внимания заслуживают методы параметрической идентификации, связанные с представлением приближенного решения в параметрическом виде и с нахождением параметров этого представления. С учетом этого численный алгоритм решения экстремальной задачи основан на том, что искомый коэффициент ищется в виде

$$k_p(u) = \sum_{\beta=1}^{p} \alpha_\beta \eta_\beta(u),\ \beta = 1,2,..,p, \tag{5}$$

где $\eta_\beta(u)$ - некоторый базис конечномерного пространства K_p, а α_β - неизвестные коэффициенты, подлежащие определению при решении рассматриваемой задачи.

В результате задача определения коэффициента диффузии сводится к задаче минимизации некоторого сглаживающего функционала качества на решениях задачи (1)-(4). Вычислительная реализация предложенного метода основана на стандартном методе минимизации функции от одной переменной - методе золотого сечения.

Для численного анализа модели построена чисто неявная разностная схема, которая реализована в среде MATLAB. Приводятся и анализируются результаты численных экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 04-01-00136).

[1] Г.В. Алексеев Обратные задачи обнаружения источников примеси в вязких жидкостях. Препринт N8. ИПМ ДВО РАН. Владивосток: Дальнаука,1999.

[2] А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич Численные методы решения обратных задач математической физики. Институт математического моделирования РАН. Москва. 2001.

[3] А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич Численные методы решения задач конвекции-диффузии.М.: Эдиториал УРСС. 1999.

О ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ЗВУКОМ В ВОЛНОВОДЕ ПЕКЕРИСА

Комашинская Т.С. *(УГПИ, Уссурийск)*

В работе обсуждаются результаты вычислительных экспериментов по решению прямых задач и задач управления в двухслойном волноводе бесконечной глубины (волноводе Пекериса). Целью вычислительных экспериментов по решению прямой задачи излучения звука в волноводе являлось исследование особенностей спектра волновода, а также визуализация полученных звуковых полей.

Для визуализации результатов решения прямой задачи излучения звука в волноводе вводится прямоугольная сетка, в узлах которой вычисляется модуль величины звукового поля точечного источника (см. [1]). Полученные результаты представляются в виде полутоновых рисунков (картин звукового поля), где белый цвет соответствует максимальному значению амплитуды поля.

На рисунке представлена картина полного звукового поля (с учетом боковой волны), создаваемого точечным источником, сосредоточенным в точке с координатами $(0,1)$, в волноводе $D_\infty = D_1 \cup D_2$ с параметрами:

$D_1: \quad h = 300\,\text{м},\ \rho = 1\,\text{г}/\text{см}^3,\ k = 0,3\ {}^1/\text{м},\ \lambda \approx 20,9\,\text{м},$

$D_2: \quad \rho_1 = 1,2\,\text{г}/\text{см}^3,\ k_1 = 0,25\ {}^1/\text{м},\ \lambda_1 \approx 25,1\,\text{м}.$

Целью вычислительных экспериментов по решению задач активной минимизации звука в волноводе Пекериса является изучение зависимости величины подавляемой мощности $\Delta\mathcal{N}$ от числа N источников вторичной антенны для различных геометрий излучающей системы.

[1] Алексеев Г.В. Математические основы акустики океана. Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та. 1988. 228с.

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ВОДЫ В РЕКАХ УССУРИЙСКОГО РАЙОНА ПРИМОРСКОГО КРАЯ

Калинина Е.А. *(УГПИ)*, ***Лисица А.А.*** *(ДВГУ)*

Экологическая проблема - одна из самых острых, глобальных проблем современности. Наиболее уязвимой в экологическом плане частью природы оказалась вода. Особенностью природной воды в современных условиях является то, что она участвует не только в естественном, но и в антропогенном круговороте и после использования в техногенных целях возвращается в природные водоемы в виде сточных вод. Загрязнение водотоков транспортными, промышленными, бытовыми сбросами вызывает необходимость оценки качества воды.

Уссурийск - второй по величине город в Приморском крае, расположен в юго-восточной части Раздольно-Ханкайской низменности, в месте слияния рек Раздольная, Раковка, Комаровка, в 112 км к северу от Владивостока. Через центр Уссурийска протекает р.Раковка, на левом берегу этой реки расположено АО «Дальсоя», которое сбрасывает практически неочищенные стоки в реку. Приток р.Раковка - руч.Сухой, в него сбрасываются промстоки деревообрабатывающего комбината, вагонно-рефрижераторного депо и локомотиворемонтного завода. В южном районе города, где находятся такие предприятия, как картонный комбинат, протекает р.Комаровка, которая и принимает промстоки этих предприятий. Реки Раковка и Комаровка впадают в р.Раздольную, которая близко подходит к городу в южной его части.

Целью работы являлось исследование качества воды в реках Уссурийского района математическими методами. В качестве математического аппарата использовалась модель QUAL2K [1]. Модель предназначена для моделирования качества воды в реках, каналах, хорошо перемешанных озерах. QUAL2K позволяет смоделировать главные реакции питательных циклов, водоросли, бентос, микроогранизмы и др, учитывает происходящие в реке кинетические процессы, такие как растворение, гидролиз, окисление, нитрификацию, денитрификацию, фотосинтез, смерть и дыхание, а также происходящие в реке массотранспортные процессы, включающие реарацию, оседание, приток кислорода и неорганического углерода из осадка. Модель представляет собой систему одномерных уравнений, для решения которой QUAL2K использует итерационный метод. В качестве исходных данных использовались климатографические данные Уссурийской метеостанции, данные проб воды [2], взятые непосредственно в реке.

В результате был проведен анализ качества воды рек Уссурийского района, содержание загрязняющих веществ было сравнено с соответствующими ПДК данных веществ в водотоках [3]. Для сравнения используются графики непосредственно измеренных данных, характеризующих реки, и данных, вычисленных с помощью QUAL2K Также приводятся средние допустимые значения рассматриваемых характеристик и соответствующие минимальные и максимальные допустимые значения этих характеристик.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 04-01-00136).

[1] Chapra S.C., Pelietier G.J. 2003. QUAL2K: A modeling framework for simulating river and stream water quality: documentastion and users manual. Civil and environmental engineering dept.,Tufts University, Medford, MA, Steven.

[2] Христофорова Н.К., Шишлова Т.М., Потенко Е.И. Химико - экологическая оценка водотоков г.Уссурийска (Приморский край)// Проблемы региональной экологии, 2000, N.5, с. 13-16.

[3] Орлов Д.С., Садовская Л.К., Лозановская И.Н. Экология и охрана биосферы при химическом загрязнении. М.: Высшая школа, 2002.

К ПРОБЛЕМЕ НАХОЖДЕНИЯ СОБСТВЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ ОПЕРАТОРА ЛАПЛАСА ПРОИЗВОЛЬНОЙ КРАТНОСТИ

Лятамбур Т.Ю. *(ДВГУ)*

В данной работе предлагается алгоритм построения собственных значений произвольной кратности для спектральной задачи, возникающей при решении методом Фурье двумерного волнового уравнения. Данное исследование проводится с помощью теории чисел, теории комплексных и целых Гауссовых чисел. Также применяется ряд важных теорем, таких как теорема Ферма - Эйлера, основная теорема математики, лемма Лагранжа.

Если мы рассмотрим задачу нахождения решения уравнения свободных колебаний прямоугольной мембраны

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}) \text{ в } (0,l) \times (0,l) \times (0,T],$$

удовлетворяющего граничным и начальным условиям

$$u|_{x=0} = 0,\ u|_{x=l} = 0,\ u|_{y=0} = 0,\ u|_{y=l} = 0,\ \text{в } (0, T],$$

$$u|_{t=0} = \varphi_0(x, y),\ \frac{\partial u}{\partial t} = \varphi_l(x, y) \text{ в } (0, l) \times (0, l),$$

то с помощью метода Фурье данная задача сводится к решению спектральной задачи

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \lambda^2 v = 0 \text{ в } (0, l) \times (0, l),\ v|_{x=0} = 0,\ v_{x=l} = 0,\ v|_{y=0} = 0,\ v|_{y=l} = 0,$$

собственные значения которой при $l = \pi$ определяются формулой

$$\lambda_{mn}^2 = m^2 + n^2 \text{ или } \lambda_{mn} = \sqrt{m^2 + n^2}.$$

Возможна ситуация, когда одному и тому же собственному значению отвечает несколько собственных функций. Это будет в случае, когда некоторое число можно представить в виде суммы квадратов несколькими способами. С использованием указанного выше аппарата показывется, что можно найти число представлений в виде двух квадратов любого натурального числа $n = 2^{\alpha} p_1^{\alpha_1} ... p_r^{\alpha_r} Q$, где $p_1, ..., p_r$ - попарно различные простые числа, каждое из которых дает остаток 1 при делении на 4, Q - число, не имеющее простых делителей кроме тех, которые дают остаток 3 при делении на 4. Если Q не является точным квадратом, то n не представимо в виде суммы двух квадратов; если же Q - точный квадрат, то число представлений будет определяться формулой: $n = (\alpha_1 + 1)...(\alpha_r + 1)$. Если мы для примера рассмотрим число 8900000001503676650, то оно имеет следующее разложение на простые множители: $2 \cdot 5^2 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 53 \cdot 97 \cdot 181 \cdot 769 \cdot 1049$. Все эти числа, кроме числа 2, при делении на 4 дают в остатке 1, поэтому количество его разложений на сумму квадратов равно: $(2 + 1) \cdot 2^9 = 1536$. Отсюда следует, что число λ, равное корню из этого числа, обладает кратностью, равной 1536.

[1] Алексеев Г.В. Классические методы математической физики. Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та. 2003. 416с.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ОБЪЕДИНЕННОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ И БИОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОЗЕРА МИЧИГАН

Соболева О.В. *(ИПМ, Владивосток)*

Проблема охраны окружающей среды и ее восстановления становится одной из самых важных задач науки. Бурное развитие промышленности является мощным импульсом для исследований, связанных с размещением новых промышленных предприятий, с интенсивностью стоков и их очистки. Решение задач защиты окружающей среды от выбросов вредных примесей приводит к необходимости исследования моделей качества воды.

В работе проводится численный анализ объединенной физической и биологической модели для озера Мичиган [1]. Физическая модель представляет собой одну из океанических моделей, зависящую от параметров течения и поверхностного теплового потока. Биологическая модель представляет собой восьмиэлементную, фосфорно огранниченную, пищевую модель ниже уровня trophic, которая включает фосфат и силикат для питательных веществ, диатомовые водоросли и недиатомовые водоросли для доминирующего фитопланктонного вида, copepods и protozoa (простейшие одноклеточные животные организмы) для доминирующего зоопланктонного вида, бактерии и детрит.

Для дискретизации дифференциальных уравнений модели используется разностная схема ETF–FDS из статьи [2], построенная с использованием расширенной формулы трапеции. Обсуждаются результаты численных экспериментов для одномерного случая.

Для численных расчетов используется среда Matlab 6.5.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 04-01-00136).

[1] Changsheng Chen et all. A model study of the biological and physical dynamics in Like Michigan // Ecological Modelling 2002. V.152. P. 145–168.

[2] M.M. Chawla, M.A. AL-Zanaidi An Extended Trapezoidal Formula for the Diffusion Equations // Comp. Math. Appl. 1999. V.38. P. 51-59.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА ПРЕДЕЛЬНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ

Солдатов А.В. *(ДВГУ, Владивосток)*

В работе проводятся вычисления звукового поля в непоглощающем духслойном волноводе. Рассматриваемый волновод представляет собой конечный по высоте слой жидкости $D = \{(x, y, z) : 0 < z < h, (x, y) \in R^2\}$ с акустическими параметрами ρ, c и $k = \omega/c + i\alpha \equiv k' + ik''$, лежащий на бесконечно глубоком дне $D_1 = \{(x, y, z) : z > h\}$ с параметрами ρ_1, c_1 и $k_1 = \omega/c_1 + i\alpha_1 \equiv k_1' + ik_2''$.

Целью работы была реализация нового численного алгоритма расчета звукового поля, численное доказательство его устойчивости и сравнение его эффективности с уже имеющимися методами.

Численные эксперименты проводились на основе ранее полученных формул для поля нормальных волн и поля боковой волны

$$p'_{1,2}(r, z, z_0) = \frac{i}{2} \sum_n \frac{\mu_n \sin \mu_n z_0 \sin \mu_n z H_0^{(1)}(\xi_n r)}{\mu_n h - \sin \mu_n h \cos \mu_n h - b^2\nu^2 \sin \mu_n h \ \mathrm{tg}\ \mu_n h}, \qquad (1)$$

$$p''_{1,2}(r, z, z_0) = \frac{ib}{2\pi} \int_{\mu_+}^{\infty} \frac{\nu \sin \mu z_0 \sin \mu z}{\mu^2 \cos^2 \mu h + b^2 \nu^2 \sin^2 \mu h} H_0^{(1)}(\xi r) \mu d\mu, \qquad (2)$$

$\mu = \sqrt{k^2 - \xi^2}$, $\nu = \sqrt{k_1^2 - \xi^2}$ и теоретического обоснования применения принципа предельного поглощения, утверждающего, что поле в непоглощающем волноводе может быть рассчитано как предельный случай поля в поглощающем волноводе при уменьшении мнимой добавки к волновым числам при сохранении между ними зависимости

$$k'k'' - k_1'k_1'' = 0. \qquad (3)$$

Данный метод позволил рассчитать поле звуковой волны, используя лишь конечное число слагаемых для поля нормальных волн и упростив интегрирование для боковой волны.

В работе численно показана устойчивость данного метода и его сходимость к результатам, имеющимся для поля в непоглощающем волноводе, при уменьшении мнимой добавки к волновым числам. Также показана его вычислительная эффективность.

В соответствии с рассчитанными значениями интенсивности были построены карты звукового поля, наглядно подтверждающие сделанные выводы.

[1] Алексеев Г.В. Математические основы акустики океана. Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та. 1988. 228 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ГРАВИМЕТРИИ

Числов К.А. *(ИАПУ ДВО РАН,Владивосток)*

В докладе представлен анализ задачи выставки ИНС на неподвижном основании в условия неполной информации о гравитационном поле.

Метод инерциальной навигации используется для определения параметров состояния движущегося объекта: координат, скорости, ориентации в пространстве. Для этого, помимо инерциальной информации, которую обеспечивает использование гироскопов и ньютонометров, необходима информация о гравитационном поле Земли.

В ситуации, когда поле не известно, а траекторию движения можно определить неинерциальным способом, становится возможной постановка задачи определения гравипотенциала с привлечением метода инерциальной навигации.

В работе исследуется выставка трехкомпонентной инерциальной навигационной системы на неподвижном основании, т.е. случай вырожденной в точку траектории, что заметно упрощает задачу гравиметрии. Здесь необходимо заметить, что отсутствие полной информации о гравитационном поле определяет существенное отличие задач гравиметрии и выставки ИНС от их традиционных аналогов.

Сущность метода инерциальной навигации состоит в моделировании уравнений движения материальной точки, отождествляемой с объектом, в выбранной системе отсчета (динамические уравнения Ньютона) и уравнений эволюции системы отсчета (кинематические уравнения Эйлера-Пуассона). В случае, который здесь рассматривается, предполагается, что доступна внешняя информация о местоположении платформы (например, от спутника), которая используется для формирования модели напряженности гравитационного поля. Таким образом, задача гравиметрии является частью более общей задачи, а именно, выставки трехкомпонентно ИНС на неподвижном основании.

Основной целью численного моделирования рассматриваемой задачи является проверка эффективности ее численного решения (методом Калмана) и получение оценок параметров состояния динамической системы.

ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ В ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ГАММА-КВАНТОВ

Яровенко И.П. *ИПМ ДВО РАН*

Процесс переноса фотонов в сплошной среде сопровождается рядом физических эффектов, интенсивность и относительный вклад которых в общую картину взаимодействия излучения и вещества зависит как от энергии излучения, так и от самого вещества. При малых значениях энергии основным является процесс поглощения фотонов на электронах. По мере увеличения энергии излучения, доминирующая роль в процессе взаимодействия переходит сначала к когерентному (Рэлеевскому) рассеянию, а затем к Комптоновскому рассеянию. При энергии излучения большей двух энергий покоя электрона (1.022 Мэв) начинается процесс образования пар, который далее становится основным [1].

В работе рассматриваются вопросы численного моделирования процесса переноса излучения в веществе, для значений энергии, при которых основным является процесс Комптоновского рассеяния. Комптоновское рассеяния представляет собой процесс рассеяния гамма-кванта на свободном электроне, при этом кроме направления распространения фотона изменяется так-же его длина волны. Отметим, что исходная длина волны λ связана с новой длиной волны λ' жестким соотношением Комптона

$$\lambda' = 1 + \lambda - \cos(\Theta) \tag{1}$$

здесь Θ - угол между направлениями распространения фотона до и после акта рассеяния. При этом величина угла, на который рассеется фотон, определяется дифференциальным сечением Кляйна-Нишины-Тамма[1].

Так же в работе обсуждается вопрос применимости индикатора неоднородности [2] в задаче нахождения внутренний структуры неизвестной среды для случая чисто Комптоновского рассеяния. Дело в том, что метод на основе индикатора неоднородности имеет строгое обоснования, только в случае рапространения монохроматического излучения, которое проходит через среду без изменения энергии. В тоже время для Гамма-квантов напротив характерно некогерентное (с изменением энергии) рассеяние.

[1] Фано У., Спенсер Л., Бергер М. Перенос гамма излучения. – М.: Госатомиздат, 1963, с.284.

[2] Аниконов Д.С., Прохоров И.В., Ковтанюк А.Е. Использование уравнения переноса в томографии. М:.Логос, 2000, 226 с.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ПРИМЕНИМОСТЬ ОДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ В СОВРЕМЕННОЙ РЕНТГЕНОДИАГНОСТИКЕ

Солнышко Н.В. *(ИПМ ДВО РАН, Владивосток)*

В работе показана практическая применимость математического инструмента <индикатор неоднородности>, разработанного в рамках модели, основанной на использовании уравнения переноса, для решения проблем современной томографии.

Основная задача томографии выглядит так. Требуется определить строение неоднородной среды по результатам прохождения через нее рентгеновского излучения. Фотоны при этом испытывают два основных вида взаимодействия: поглощение и рассеяние. Для характеристики этих эффектов используются соответствующие коэффициенты. Задачу будем считать решенной при нахождении границ между неоднородностями.

Для решения данной задачи будем, как указано выше, использовать широко известную математическую модель, основанную на применении уравнения переноса, описывающего перемещение частиц в веществе. Исследуемой среде в матмодели сопоставляется область, неоднородностям - подобласти, или включения. Коэффициентам поглощения и рассеяния сопоставлены функции, заданные на указанной области и входящие (в явном или неявном виде) в уравнение переноса. Границы неоднородностей будем искать как поверхности разрывов вышеуказанных функций. Индикатор неоднородности, предложенный Аникoновым Д. С. [1] - интегро-дифференциальный оператор, действующий на множестве функций, характеризующих плотность выходящего из тела излучения - обладает следующим свойством. Функция, являющаяся значением индикатора, стремится к бесконечности на границе между включениями.

Индикатор неоднородности обладает рядом достоинств по сравнению с другими инструментами. В частности, он позволяет находить границы между средами при наличии источников внутреннего излучения, а также при незначительных ограничениях на внешние источники. Однако до настоящего момента предполагалось, что для большинства веществ индикатор неоднородности применим лишь на диапазоне энергии от 1 до 20 Кэв - там, где доля эффекта комптоновского рассеяния невелика по сравнению со вкладом эффекта поглощения. На практике для многих материалов на грани невозможного получить удовлетворительные результаты исследования при зондировании тела частицами со значениями энергии из этого диапазона. Современные томографы, как правило, работают на энергии от 50 до 1000 килоэлектроновольт. Автором (с использованием компьютерной программы Яровенко И.П. [2]) был проведен ряд численных экспериментов, показавших хорошую возможность применимости индикатора неоднородности для рентгенографического исследования на энергии от 50 до 1000 килоэлектроновольт.

[1] Аниконов Д.С., Ковтанюк А.Е., Прохоров И.В. Использование уравнения переноса в томографии. М.: Логос, 2000.

[2] Яровенко И.П. Численные эксперименты в теории переноса гамма-квантов // Дальневосточная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по математическому моделированию. Сборник тезисов. Дальнаука. 2004, с.25

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОПРОСА ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЙ ОБРАТНОЙ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВЕЩЕСТВА

Кожушная Е.Р. *(ДВГУ, Владивосток)*

В работе изучаются обратные экстремальные задачи для линейного уравнения распространения загрязнений

$$-\lambda\Delta\varphi + \mathbf{u}\cdot \mathrm{grad}\varphi - w_0\frac{\partial\varphi}{\partial z} + k\varphi = f \text{ в } \Omega, \tag{1}$$

рассматриваемого в области Ω $\mathbb{R}^3$ с липшицевой границей Γ, состоящей из двух частей Γ_D и Γ_N, при следующих краевых условиях

$$\varphi = \psi \text{ на } \Gamma_D, \quad \lambda(\frac{\partial\varphi}{\partial n} + \alpha\varphi) = \chi \text{ на } \Gamma_N. \tag{2}$$

Здесь φ – концентрация загрязняющего вещества (примеси), $\lambda = \mathrm{const}> 0$ – коэффициент диффузии, $\mathbf{u}$ – заданный вектор скорости, $w_0 = \mathrm{const}\geq 0$ – величина вертикальной скорости осаждения (или поднятия) частиц примеси, $k \geq 0$ – величина, характеризующая скорость распада загрязняющего вещества за счет химических реакций, f – плотность объемных источников примеси, ψ, χ и α – заданные соответственно на Γ_D и Γ_N функции.

Исследуется обратная экстремальная задача, поставленная в [1]. Она заключается в нахождении неизвестных функций f, k, χ и α по определенной информации о концентрации. Изучается ее разрешимость, устанавливаются достаточные условия единственности в некоторых частных случаях и выводится система оптимальности.

[1] Алексеев Г.В. Обратные задачи обнаружения источников примеси в вязких жидкостях. Препринт N 8. ИПМ ДВО РАН. Владивосток: Дальнаука, 1999. 57 с.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ И ЭКОЛОГИИ

Оптимальный выбор потребителя в условиях интервальных цен

Тарасов А.А. *(ДВГУ, Владивосток)*

На основе экспериментов в виде анкетирования респондентов сформулировано предположение об интервальном восприятии экономическими агентами ценовых и количественных параметров в процессе принятия оптимизационных решений. Данная гипотеза позволяет в простейших случаях оценить множества решений задачи оптимального выбора потребителей.

Основное предположение модели интервального представления цен можно сформулировать следующим образом. Каждому товару j соответствует разбиение множества всех неотрицательных цен этого товара в виде системы непересекающихся полуинтервалов, покрывающих положительную полуось. Для каждого потребителя разбиение множества цен товара j определяется независимо от представлений других потребителей, и основано как на внешней объективной информации о товарах и их ценах, так и на внутренних субъективных представлениях потребителя о ценах.

Важным результатом анализа моделей является следующий: чем больше рассматриваемая потребителем цена, тем меньше относительная длина содержащего ее интервала, что вероятнее всего отражает относительную чувствительность потребителя к разбросу рыночных цен.

Построенные в результате анализа моделей множества оптимальных наборов товаров можно интерпретировать как "приближенно оптимальные"с точки зрения субъективной оценки потребителя. Данный вариант интерпретации подтверждается проведенным анкетированием потребителей, основной вывод которого заключается в принятии большинством потребителей приближенных решений, основанных на приближенном восприятии как цен, так и параметров, характеризующих товарные наборы и предпочтения в отношении данных наборов.

ОЦЕНКА ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ КОББА-ДУГЛАСА ДЛЯ ЭКОНОМИКИ РОССИИ

Ерохина С.С. *(ДВГУ, филиал г. Арсеньева)*

В докладе представлена оценка производственной функции Кобба-Дугласа, которая связывает валовой внутренний продукт (Y), инвестиции в основной капитал (K) и численность занятых в экономике (L).

Производственная функция Кобба-Дугласа имеет вид: $Y = A \cdot K^a \cdot L^b$. Для оценки коэффициентов A,a и b используется метод сведения функции ко множественной линейной регрессии вида: $lnY = lnA + a \cdot lnK + b \cdot lnL$.

Результаты оценивания производственной функции Кобба-Дугласа получены в Excel с использованием процедуры Сервис/Анализ данных/Регрессия. По статистическим данным для экономики России за 1994-2004 гг. оценена функция: $Y = 3.047 \cdot K^{0.407} \cdot L^{2.03}$.

Это означает, что при увеличении инвестиций в основной капитал на 1% от своего среднего значения валовой внутренний продукт России увеличивается на 0,407% от своего среднего значения, а при увеличении численности занятых в экономике на 1% от своего среднего значения валовой внутренний продукт увеличится на 2,03% от своего среднего значения.

Производственная функция Кобба-Дугласа значима на 5% уровне, пригодна для прогнозирования. При инвестициях в основной капитал и численности занятых в экономике России за 2004 г. 121,6% и 70,11 млн. чел. соответственно прогнозируемый цепной темп прироста валового внутреннего продукта России составит 45% от соответствующего уровня за 1994 г.

АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДОСТУПНОСТИ ПРОДОВОЛЬСТВИЯ В ДАЛЬНЕВОСТОЧНОМ ФЕДЕРАЛЬНОМ ОКРУГЕ

Хмелинина Н.А., Каськова А.С. *(ИМБ ДВГУ)*

Рассматривается проблема экономической доступности продовольствия населению Дальневосточного федерального округа. Для оценки экономической доступности продовольствия предлагается использовать производственную функцию, связывающую калорийность питания (K), среднедушевые денежные доходы населения (D), прожиточный минимум (M), долю населения, занятую в АПК (P), уровень безработицы (B):

$$K = A\left(\frac{D}{M}\right)^{a} \cdot P^{b} \cdot B^{c}$$

Оценивание регрессии дает следующие результаты:

$$K = 5291\left(\frac{D}{M}\right)^{-0.12} \cdot P^{-0.03} \cdot B^{-0.16}$$

Таким образом, рост отношения среднедушевых денежных доходов к прожиточному минимуму на 1% от своего среднего значения ведет к уменьшению калорийности питания на 0,128% от своего среднего значения, т.е. уменьшению потребления. Это объясняется тем, что рост платежеспособного спроса населения Дальнего Востока будет влиять на увеличение предложения продуктов питания лишь до определенного момента времени, потом спрос на продовольствие будет не эластичным. При увеличении доли населения, занятого в с/х на 1% уровень доступности продовольствия снижается на 0,03% от своего среднего значения, что характеризует Дальневосточный федеральный округ как не аграрный регион России.

Увеличение уровня безработицы ведет к смещению потребления в сторону более дешевых и низкокалорийных продуктов питания, т.е к снижению покупательной способности населения. Это в свою очередь снижает общий уровень потребления, т.е. не обеспечивается экономическая доступность продовольствия. Мероприятия, направленные на повышение жизненного уровня населения, смогут повысить экономическую доступность продовольствия.

ОЦЕНКА УРОВНЯ ПРОИЗВОДСТВА СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ ПРОДУКЦИИ НА ДАЛЬНЕМ ВОСТОКЕ

Мариенко А.В., Боброва Е.В. *(ИМБ ДВГУ)*

В работе анализировался уровень производства сельскохозяйственной продукции в регионах Дальнего Востока в 2002 г. Для этого использовалась следующая модель:

$$lnV = a_0 + a_1 lnK + a_2 lnC + a_3 lnG$$

Влияющими на уровень производства сельского хозяйства (V) были выбраны показатели, характеризующие средства производства: основные фонды и инвестиции (K), земельные ресурсы (C) (качество земель отражено как совокупность показателей урожайности и улучшение состояния почв с помощью внесения удобрений), инфраструктура (G) (транспортная сеть, включающая автомобильные дороги и железнодорожные пути, и в качестве показателя которой выбран объем грузоперевозок). С помощью расчетов было установлено, что оценка регрессии улучшается, если связь в уравнении не линейная, а степенная (логарифмируя, перешли к линейной форме связи). Применив метод регрессионного анализа, получили следующие коэффициенты параметров: $a_0 = 1,652, a_1 = 0,917, a_2 = 0,043, a_3 = 0,179$ Наибольшее положительное влияние на физическую доступность продукции сельского хозяйства оказывает увеличение инвестиций и обновление основных фондов (при увеличении инвестиций и основных фондов на 1% от своего среднего значения валовая продукция сельского хозяйства увеличивается на 0,917% от своего среднего значения). Высокий уровень грузоперевозок отражает улучшение инфраструктуры, что означает приток денежных средств на Дальний Восток (при увеличении объема грузоперевозок на 1% объем валовой продукции увеличивается на 0,179%). Так как в данной выборке не были учтены климатические условия регионов ДВ и не рассматривалось деление сельского хозяйства на подотрасли, то в целом получилось, что при улучшении состояния земельных ресурсов на 1% объем валовой продукции уменьшается на 0,043%. Кроме того необходимо отслеживать уровень насыщения земель удобрениями, так как после какого-то момента времени внесение удобрений не будет влиять на улучшение состояния земельных ресурсов. Таким образом, чтобы получить более достоверный результат, необходимо учитывать для каждого региона выше упомянутые признаки (климат, подотрасли сельского хозяйства и уровень насыщенности удобрениями).

ПРОВЕРКА ЗНАЧЕНИЯ ВЛИЯНИЯ ФИКТИВНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Монтик В. *(ДВГУ, филиал г. Арсеньева)*

В докладе рассматривается проблема проверки значимости влияния фиктивной переменной на результативную. Значимость может быть оценена с помощью t-критерия Стьюдента, но по нашему мнению, более тонкую оценку дает тест Чоу (Chow).

По статистическим данным сайта ЦРУ США за 2003 г. был оценена регрессия зависимости военных расходов (y) от объема ВВП (x_1) . В выборку были включены такие крупные страны, как Китай с численностью населения 1284 млн. чел., США с 280 млн.чел. и такие мелкие страны, как Сингапур с 4.5 млн.чел, Люксембург с 0.45 млн.чел. С введением фиктивной переменной (x_2), равной единице для крупных стран и нулю для мелких получена регрессия: $y = -0.15 + 2.75x_1 - 0.74x_2$. С увеличением ВВП на 1 трлн. долларов военные расходы увеличатся на 2.75 млрд.долларов. Мелкие же страны тратят в среднем на 0.74 млрд.долларов больше на военные расходы.

Тест Чоу рассматривает F- статистику $F = \frac{(U_P - U_A - U_B)/(k+1)}{(U_A + U_B)/(n-2k-2)}$ с (k+1) и (n-2k-2) степенями свободы, где U_P, U_A, U_B, - суммы квадратов объединенной регрессии и регрессий для крупных и мелких стран. Проведенные расчеты показали, что $F < F_0$, следовательно, можно оценивать объединенную регрессию и военные расходы значимо не зависят от размера страны по численности населения.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПРОДОВОЛЬСТВЕННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ДАЛЬНЕВОСТОЧНОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ОКРУГА (ПО МЕДИЦИНСКИМ НОРМАМ)

Мостовая Д.Н. *(ИМБ ДВГУ)*

В докладе рассматривается задача оценки физической доступности продовольствия, заключающаяся в обеспечении населения ДФО продовольственными товарами по медицинским нормам.

Эмпирической базой исследования явились данные о средних ценах на продукты питания, о численности населения, об объемах продукции пищевой промышленности и сельского хозяйства по каждому из субъектов ДФО, предоставленные Приморским краевым комитетом государственной статистики за 2001-2002 гг. Модель оценивалась путем расчета затрат на продукты питания по медицинской норме на 1 чел. в год, расчета необходимого по медицинской норме объема производства пищевой промышленности и сельского хозяйства, расчета процента обеспечения населения по медицинским нормам для субъектов ДФО.

В 2001 г. процент обеспечения населения продовольствием в Приморском крае составил 43,2%, а в 2002 г. 37,4%. В Хабаровском крае соответственно 31,2% и 32,8%; в Камчатской области - 96,9% и 97,9%; в Амурской области - 41,4% и 42,4%; В Магаданской области - 27,2% и 34,7%; в Якутии - 28,7% и 29,1%; в Сахалинской области- 66,3% и 62,6%; на Чукотке - 6,5% и 14,5%; В Еврейской АО - 28,8% и 25,9%.

Таким образом, ни в одном субъекте ДФО производство продукции пищевой промышленности и сельского хозяйства не обеспечивало необходимого уровня по медицинским нормам, кроме Камчатской области. Приморский край по процентному обеспечению среди регионов ДФО в 2001 г. занимал 3 место, а в 2002 - 4-ое. Единственный выход из создавшегося положения - увеличение объемов производства продукции пищевой промышленности и сельского хозяйства.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В МЕХАНИКЕ

К РАЗРУШЕНИЮ ПЛАСТИН С НАДРЕЗОМ ПРИ УДАРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Корниенко В.М. *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*, ***Потянихин Д.А.*** *(ДВГТУ, Владивосток)*

Известно, что ударные воздействия на пластину, имеющую дефект на поверхности, приводят к разрушению пластины в окрестности дефекта. В качестве примера можно привести воздействие на оконное стекло с углублением, произведенным стеклорезом. В то же время экспериментально установлено, что для разрушения пластины требуются значительные растягивающие усилия, многократно превосходящие силу удара. Целью данного сообщения является теоретическое обоснование появления растягивающих усилий в окрестности дефекта поверхности пластины в результате ударных воздействий.

Можно показать, что растягивающие усилия создает волна разгрузки. Будем считать, что пластина представляет собой упругое тело, полученное путем жесткой спайки в окрестности дефекта двух пластин с различными параметрами Ламэ. Напряженно - деформированное состояние будем описывать с помощью тензора малых деформаций Коши $2e_{ij} = u_{i,j} + u_{j,i}$ и закона Гука для изотропной среды $\sigma_{ij} = \lambda e_{kk}\delta_{ij} + 2\mu e_{ij}$. Предполагаем падающую продольную ударную волну плоской. Это позволяет нам считать задачу двумерной. Будем искать решение в виде, не зависящем от выбора системы координат.

Считаем, что в среде движется со скоростью $G_1 = \sqrt{\frac{\lambda_1+2\mu_1}{\rho}}$ ударная волна разгрузки Σ_1, составляя угол α с осью x_2 . При взаимодействии ее с границей раздела сред образуется четыре ударных волны. Две из них являются продольными, две - поперечными. Введение автомодельной переменной $\xi = \frac{x_2 - G_1 sin\alpha \cdot t}{x_1}$ позволяет получить решение в областях между волнами в виде

$$u_1 = x_1 f(\xi),$$
$$u_2 = x_1 g(\xi).$$

Считая компоненты вектора перемещений и тензора напряжений непрерывными на границе раздела сред, получим выражения зависимости напряжений от интенсивности и угла падения волны разгрузки. Расчеты показали, что при таком взаимодействии ударной волны с преградой возможно появление значительных растягивающих усилий, что может объяснить разрушение по надрезу.

О ВОЛОЧЕНИИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА СКВОЗЬ ЖЕСТКУЮ МАТРИЦУ, СОСТАВЛЕННУЮ ИЗ ДВУХ КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРОВ

Мазелис А.Л. *(ИАПУ ДВО РАН,Владивосток)*

В рамках модели Шведова-Бингама известны аналитические решения существенно нелинейных краевых задач теории вязкопластичности об антиплоском движении вязкоплоского материала, ограниченного жесткими стенками и находящегося под действием перепада давления [1,2]. Учет упругих свойств материала принципиально меняет постановку задачи и необходимый математический аппарат. Построить решение в рамках классических моделей упругопластичности типа моделей Прандтля-Рейса невозможно из-за неосуществимости антиплоского движения при наличии жестких стенок. В сообщении предлагается использовать предположение о несжимаемости материала. Тогда приходим к требованию использования модели больших упруговязкопластических деформаций. Такая модель строится на основе теории, разработанной Л.В. Ковтанюк [3], с использованием пластического потенциала, зависящего от скоростей пластических деформаций.

Решением упругой задачи определяется условие возникновения пластического течения на поверхности внутреннего жесткого цилиндра. В условиях развиваемого пластического течения от данной поверхности напряженное состояние на внешней жесткой поверхности достаточно быстро выходит на поверхность нагружения. Таким образом образуется упругое ядро, движущееся затем как целое в условиях пластического скольжения по жестким цилиндрическим поверхностям, покидая матрицу конечных размеров. При неизменности дальнейшего перепада давления в границах матрицы пластические области не развиваются, но его рост приводит к их развитию. Как на жестких поверхностях, так и на поверхности упругого ядра ставились условия прилипания. В предположении квазистатичности процесса выдавливания удалось получить аналитическое решение сформулированной краевой задачи теории больших упругопластических деформаций.

[1] Мясников В.П. //ПМТФ. 1961. №2. С.79-86.

[2] Быковцев Г.И., Чернышов А.Д. //ПМТФ. 1964 ь4. С.94-95.

[3] Ковтанюк Л.В. //Дальневосточный математематический журнал. 2004. Т.5. N1. С.107-117. Моделирование больших упругопластических деформаций в неизотермическом случае.

МОДИФИКАЦИЯ КОНТУРНОГО МЕТОДА ДЛЯ ОТСЛЕЖИВАНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ОБЛАКОВ НА СЕРИЯХ МПУТНИКОВЫХ СНИМКОВ.

Климентьев К.С. *(ДВГТУ, Владивосток)*, ***Морозов М.А.*** *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

В докладе представлена модификация контурного метода.

Важной составляющей в проблеме моделирования динамики атмосферы и океана является задача определения "облачного ветра". Одним из самых перспективных подходов отслеживания облачности является использование спутниковых снимков с реализацией автоматических процедур отслеживания перемещения облачности. Использование спутниковых снимков предоставляет возможность иметь наиболее полную информацию об облачности. Задача прослеживания облака в пределах последовательности геостационарных спутниковых изображений, которая делится на две подзадачи первая выделение облака на изображении, и вторая поиск положения этого облака на следующем изображении и построение векторов перемещения этого облака.

Отличительной чертой модифицированного контурного метода от контурного является, что в результате разработанного метода мы получаем не просто набор векторов перемещения (поле перемещения), а структурное представление облачности - отдельные облака с векторами перемещения этих облаков. Также при поиске облака на спутниковом снимке необходимо решить еще одну сопутствующую задачу - классификации облачности. Это необходимо, поскольку различные типы облачности имеют свои определенные характеристики, которые необходимо учитывать при выделении облаков.

Первая реализация модифицированного контурного метода показывает, что этот метод требует дальнейшего развития. Необходимы дальнейшие исследования облачных трассеров: маленьких замкнутых и полузамкнутых контуров. Исследование может состоять в статистическом анализе наиболее часто встречающихся их форм и размеров для настройки параметров алгоритма. Кроме того, необходима сегментация изображений с выделением границ массивов облаков, поскольку требуется определять параметры облачных массивов, в которые вкраплены отдельные облака-трассеры, и фона, который может быть облачностью нижнего яруса. Дело в том, что большинство облачных полей представляют смешанные формы: слоисто-кучевые и слоисто-перистые. Так что требуется выделять облака на фоне облаков. То же самое и в случае многоярусной облачности. Иными словами необходимо разделение облачности по высотам. Эта задача требует реализации модели радиационного (излучательного) баланса, с использованием разноканальных и разноугловых изображений.

ОБЪЕКТИВНЫЙ АНАЛИЗ. СОГЛАСОВАННОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ СИНОПТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Танин В.Е. *(ДВГТУ, Владивосток)*

Вопрос автоматической обработки и переработки информации считается центральной проблемой оперативной службы прогнозов. Использование современных ЭВМ для целей прогноза погоды требует не только новой информации, соответствующей новому уровню теоретических моделей прогноза погоды, но и развития методов анализа метеорологической информации. В результате возникло новое направление в метеорологии, связанное с машинной обработкой информации, - объективный анализ полей метеорологических элементов. Определились подходы к проблеме объективного анализа, связанные с интерполированием значений метеорологических элементов, полученных на нерегулярной сети пунктов наблюдений, на сеть регулярную.

Однако проблема формальной интерполяции - это лишь первый этап обработки метеорологической информации, который будем называть предварительным анализом. Новые теоретические модели прогноза наложили весьма жесткие требования на обработку начальных полей метеорологических элементов с точки зрения их согласования. Эта новая задача обогатила содержание объективного анализа и поставила проблему обработки информации в прямую связь с методами прогноза погоды. В настоящее время об объективном анализе можно говорить, только имея в виду конкретную сферу его использования для целей прогноза погоды. Следует отметить, что такое толкование объективного анализа требует осуществления нового шага в теории прогноза погоды и методах обработки первичной информации.

Проблема объективного анализа метеорологических полей к настоящему времени продвинута весьма основательно рядом исследований. Тем не менее, эта проблема по-прежнему привлекает внимание метеорологов в связи с все возрастающими требованиями к информации о начальных полях метеорологических элементов, используемых в численном прогнозе погоды. С другой стороны, к настоящему времени уже накоплен большой комплекс сведений о структуре метеорологических полей, который в известном смысле может быть обобщен с целью выбора новых методов и идей анализа начальных метеорологических полей.

Синоптические карты любой большой области земного шара, в особенности средних и высоких широтах, показывают хорошо выраженные динамические системы, в которых движение преобладающе горизонтальное и в большой мере определяется горизонтальными градиентами давления и температуры. Эти движения определяют существование состояния, близкого к равновесию между горизонтальной составляющей барического градиента и силой, возникающей из-за вращения Земли. Установление такого равновесия позволяет получить полезное приближение, связывающее ветер с барическим градиентом. Скорость ветра, рассчитанная на основе такого равновесия, называется скоростью геострофического ветра. Наблюдения показывают, что отклонения действительного ветра от геострофического обычно настолько малы, что в повседневном анализе синоптических карт ими можно пренебречь.

Предлагаемый вариант решения задачи объективного анализа полей предполагает, что исходные данные используются для настройки параметров численных моделей объективного анализа. В данном случае фактические значения полей ветра принимаются в модель счета при согласовании расчетных полей ветра и фактических наблюдений. В результате, модель точнее отображает реально проходящие процессы в атмосфере. Теоретическое исследование, а также тестовые расчеты позволяют надеяться на восстановление полей ветра и геопотенциала в слабо освещенных исходными наблюдениями областях и использование уже согласованных полей в частных методах локальных прогнозов погоды, таких как прогноз гроз, состояний фронтальных зон и др. и использование данного метода в оперативной работе.

РЕЛАКСАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛАСТИНЕ С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ ОТВЕРСТИЕМ

Чуйко В.М. *(ДВГТУ,Владивосток)*

Рассматривается задача о релаксации напряжений в бесконечной пластине, в эллиптическое отверстие которой был мгновенно запрессован жесткий штамп так, что касательные напряжения на контуре остались равными нулю, а нормальные перемещения известны. На бесконечности, напряжения и перемещения отсутствуют. Задача решается в рамках теории неустановившейся ползучести при кусочно-линейных потенциалах [1]. В качестве критерия текучести используется функция Ивлева. При этом считается, что напряжения всюду в пластине удовлетворяют условию $\sigma_2 = -\sigma_1 > 0$. В этом случае задача является статически определимой, а система определяющих соотношений относится к эллиптическому типу. В результате введения функции напряжений $f(z,t) = \sigma_{22} + i\sigma_{12}$ решение строится на основе известного решения задачи о релаксации напряжений в пластине с круглым отверстием[2] с помощью методов теории функций комплексного переменного $z = x_1 + ix_2$.

[1] Буренин А.А, Ярушина В.М. Плоское напряжчнное состояние в условиях нелиненой неустановившейся ползучести //ДМЖ,2002, т.3, N.1, с. 64-78.

[2] Быковцев Г.И., Ярушина В.М. Об особенностях модели неустановившейся ползучести, основанной на использовании кусочно-линейных потенциалов //Проблемы механики сплошных сред и элементов конструкций: сб. научн. тр. Владивосток: Дальнаука,1998. с. 9-26.

ОБ УЧЕТЕ ВЯЗКОУПРУГИХ СВОЙСТВ СРЕДЫ В РАСЧЕТАХ ПОЛЯ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Мурашкин Е.В. *(ИАПУ ДВО РАН,Владивосток)*

Известно, что при всестороннем сжатии образцов, значительно повышается их длительная прочность. Объясняется это залечиванием микродефектов присутствующих в любом материале. В настоящей работе рассматривается задача разгрузки среды с повторным пластическим течением.

В качестве связи девиаторов тензоров напряжений и упруговязких деформаций принимается следующее соотношение:

$$\tau_{ij} + \alpha \frac{D\tau_{ij}}{Dt} = 2\mu d'_{ij} + 2\eta\varepsilon'_{ij},$$

где $\frac{D}{Dt}$ – объективная производная Яумана, d'_{ij} – девиатор тензора деформаций Альманси, ε'_{ij} – девиатор тензора скоростей деформаций, α, μ, η – вязкостные характеристики материала.

Разгрузки среды предшествуют задачи упругого и пластического течений материала трубы.

Учет вязкоупругих свойств среды приводит к сущестенным особенностям постановки задачи разгрузки и ее численного решения. Так, размерность результирующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений возрастает вдвое.

Были получены законы изменения радиуса полости, границы повторного пластического течения, распределение остаточных напряжений по радиусу трубы.

Отличием от задачи разгрузки упруговязкопластической среды является меньшая в два раза область пластического и повторного пластического течений.

ПРИМЕНЕНИЕ ЛУЧЕВОГО МЕТОДА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ О ПРОДОЛЬНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ И СФЕРИЧЕСКОЙ УДАРНЫХ ВОЛНАХ

Герасименко Е.А. *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

На основе развития теории поверхностей разрыва [1] при задании движения сплошной среды в произвольной криволинейной системе координат построено приближенное решение двух одномерных задач нелинейной динамической теории упругости о продольной цилиндрической и сферической ударных волнах. Решение строится в виде лучевых разложений за подвижной поверхностью разрывов.

Рассматривается бесконечное пространство, занятое сплошной средой. В этом пространстве есть цилиндрическое (сферическое) отверстие. Начиная с момента времени $t = 0$, на внутренней поверхности цилиндрического (сферического) отверстия производится нормальное нагружение, что приводит к одновременному возникновению продольной ударной волны. Решение задач проводится соответственно в цилиндрической и сферической системах координат. Среди компонент вектора перемещений отлична от нуля только радиальная компонента $u_r = u_r(r,t)$. Кроме этого предполагается, что в среде отсутствуют предварительные деформации. Для построения приближенного решения за движущейся поверхностью разрывов применяется лучевой метод, но с видоизменением самой методики. Эту методику в нелинейно-упругих средах развил А.А. Буренин. В предлагаемой работе была получена асимптотическая формула, определяющая скорость волны, лучевое разложение решения построено до второго порядка включительно. Рассмотрен вопрос о затухании интенсивности волны.

[1] Герасименко Е.А., Рагозина В.Е. / Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова. Тезисы докладов. 2003. 108 с.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛНЫ СЖАТИЯ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ УПРУГОГО РАЗНОМОДУЛЬНОГО МАТЕРИАЛА

Лаптева А.А. *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*

И природные, и искусственно создаваемые материалы, как правило, имеют дефекты в виде нарушения сплошности, либо однородности (горные породы, сыпучие среды, различные металлы и т.д.). Такие материалы сопротивляются процессам растяжения и сжатия по-разному. Изучению их свойств посвящено большое количество научных работ. В данной работе была использована нелинейная математическая модель В.П. Мясникова [1] для разномодульной изотропной упругой среды. Механические свойства такой среды при одноосном воздействии на материал в линейном приближении выражаются кусочно-линейной зависимостью между напряжениями и деформациями. Следовательно, уравнение движения точек среды имеет различные фазовые скорости при растяжении и сжатии, откуда и возникают различные эффекты в зависимости от вида граничного воздействия на упругий материал.

Пусть на границу упругого недеформированного разномодульного слоя толщиной H в начальный момент времени начинает действовать сжимающая нагрузка по закону: $\varphi(t) \geqslant 0$, $\varphi(0) = 0$, $\varphi'(t) > 0$. Такое воздействие приводит к возникновению в среде волны сжатия. После отражения такой волны от свободной границы решение зависит от знака второй производной $\varphi''(t)$ функции нагружения. Если на границе слоя задана вогнутая ($\varphi''(t) > 0$) функция нагружения, то падающая на свободную границу волна сжатия остается волной сжатия с той же фазовой скоростью. Если же функция нагружения выпуклая ($\varphi''(t) < 0$), то падающая волна порождает два волновых фронта (первый – волна сжатия, второй – волна разрежения), причем фазовая скорость первого больше фазовой скорости второго. Область между отраженными волнами распространяется обратно в слой как жесткое целое, постоянно расширяясь за счет разницы скоростей волн. За последней отраженной волной и до свободной границы происходит процесс растяжения среды.

Показано, что при сжатии кусочно-линейного разномодульного упругого материала на вид обобщенного решения влияет вторая производная функции нагружения.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ НШ–890.2003.1., гранта РФФИ 02-01-01128.

[1] Мясников В.П. Геофизические модели сплошных сред // Материалы V Всесоюзного съезда по теор. и прикл. механике. – М. : Наука, 1981. – С.263-264.

СВЯЗЬ КОЭФФИЦИЕНТОВ УПРУГИХ ПОТЕНЦИАЛОВ, ЗАВИСЯЩИХ ОТ ИНВАРИАНТОВ ТЕНЗОРОВ ДЕФОРМАЦИЙ КОШИ-ГРИНА И АЛЬМАНСИ

Лаптева А.А. *(ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)*,
СевостьяноваГ.Л. *(ДВГТУ, Владивосток)*

Известно, что движение точек сплошной среды можно задать как через координаты Эйлера (пространственное представление), так и через координаты Лагранжа (материальное представление). В зависимости от выбора координат в качестве тензора деформаций обычно принимается или тензор Альманси, или тензор Коши-Грина. Часто бывает необходимым использовать полученные ранее результаты, но тогда возникает ряд проблем из-за различного описания движения точек среды. Настоящее сообщение посвящено решению одной из таких проблем.

В задачах теории упругости необходимо знать упругий потенциал, зависящий от инвариантов тензора деформаций. Упругий потенциал изотропной среды часто представляют как функцию W_1 инвариантов I_1, I_2, I_3 тензора деформаций Альманси, либо как функцию W_2 инвариантов Γ_1, Γ_2, Γ_3 тензора деформаций Коши-Грина γ_{ij}.

$$W_1 = \frac{\lambda}{2}\Gamma_1^2 + \mu\Gamma_2 + \nu_1\Gamma_1\Gamma_2 + \nu_2\Gamma_1^3 + \nu_3\Gamma_3;$$

$$W_2 = \frac{\lambda}{2}I_1^2 + \mu I_2 + lI_1I_2 + mI_1^3 + nI_3;$$

$$\Gamma_1 = \gamma_{ii}; \qquad \Gamma_2 = \gamma_{ij}\gamma_{ji}; \qquad \Gamma_3 = \gamma_{ik}\gamma_{kj}\gamma_{ji};$$

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2}(x_{k,i}x_{k,j} - \delta_{ij}), \qquad x_{i,j} = \frac{\partial x_i}{\partial a_j},$$

где $x_i = x_i(a_1, a_2, a_3, t)$ — пространственные, a_i — материальные координаты, λ и μ — параметры Ламэ второго, ν_1, ν_2, ν_3, l, m, n — третьего порядка.

Для упругого потенциала W_2 коэффициенты экспериментально определены акустическими измерениями [1]. Нами установлены следующие соотношения между коэффициентами l, m, n и ν_1, ν_2, ν_3:

$$l = 2\lambda + \nu_1; \qquad m = \nu_2; \qquad n = 4\mu + \nu_3,$$

что позволило вычислить значения упругих модулей третьего порядка l, m, n для упругого потенциала W_1.

Полученные результаты представляют возможность использовать точные значения коэффициентов для различных материалов в задачах, решаемых в переменных Эйлера.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ НШ–890.2003.1., гранта РФФИ 02-01-01128.

[1] Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. – М.: Наука, 1980. – 512 с.

АВТОМОДЕЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ О СКРУЧИВАНИИ СРЕДЫ, ДОПУСКАЮЩЕЙ КОНЕЧНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ

Юреско С.С. *(ДВГТУ,Владивосток)*

Автомодельные движения в механике сплошных сред имеют важное значение, так как позволяют при использовании простейшего математического аппарата обыкновенных дифференциальных уравнений указать важнейшие качественные стороны динамического процесса. Класс таких движений определяется теорией размерности и подобия [1]. Но и в случае, когда сформулированная краевая задача выходит из этого класса, автомодельные движения оказываются также возможными, но при специальном задании краевых условий. Примером этому является рассматриваемая задача о динамическом воздействии на несжимаемую среду крутящего момента, приложенного к крутящему жесткому валу, помещенному в среду. Связь среды с валом полагается жесткой. Упругие свойства среды задаются соотношениями

$$\begin{gathered} W = (a-\mu)I_1 + aI_2 + bI_1^2 - \eta I_1 I_2 + QI_1^3 + ... \\ I_1 = d_{jj}; \quad I_2 = d_{ij}d_{ji}; \quad 2d_{ij} = u_{i,j} + u_{j,i} - u_{k,i}u_{k,j} \\ \sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \frac{\partial W}{\partial d_{ik}}(\delta_{ik} - 2d_{kj}) \end{gathered} \tag{1}$$

Здесь σ_{ij}, d_{ij} - компоненты тензора напряжений Коши-Эйлера и деформаций Альманси, u_i - компоненты вектора перемещений, μ, a, b, η, Q - упругие постоянные материала, p - неизвестная функция добавочного гидростатического давления, δ_{kj} - компоненты единичного тензора.

Геометрия задачи предполагает переход к цилиндрической системе координат, уравнения движения в которой

$$\sigma_{rr,r} - \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) = -\rho\frac{v_\varphi^2}{r}; \quad \sigma_{r\varphi,r} + \frac{2}{r}\sigma_{r\varphi} = \frac{\partial v_\varphi}{\partial t} \tag{2}$$

при подстановке в них (1) сводятся к двум дифференциальным уравнениям в частных производных относительно двух функций $p(r,t)$ и $u_\varphi(r,t)$.

После введения автомодельной переменной $\xi = \dfrac{Gt + r_0}{r}$, где G- постоянная скорость распространения переднего фронта возмущений среды, являющегося цилиндрической поверхностью разрывов, r_0 - радиус жесткого вала, получим уравнения движения среды в безразмерной форме. Эти уравнения решаются численно и аналитическим методом малого параметра.

[1] Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. - М. : Наука, 1977, 440 с.

[2] Ярушина В.М., Лебедева Н.Ф. "Об одной автомодельной задаче в динамике несжимаемой упругой среды". Проблемы естествознания и производства. Владивосток : Изд-во ДВГТУ, 1997. С.28-33

РЕШЕНИЕ ОДНОЙ УПРУГОЙ ЗАДАЧИ О ПОЛОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ, НАХОДЯЩЕЙСЯ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ

Ярушин А.А. *(ДВГТУ, Владивосток)*

В данном докладе рассматривается два подхода к решению задачи о равновесии упругой полой цилиндрической трубы. Внешняя поверхность свободна от воздействий. Аналитическое решение строится на основе уравнения Ламе. Для построения численного решения используется метод прогонки. В результате работы проведена проверка применимости решения подобной задачи численным методом посредством использования MathCad и сравнение полученного решения с аналитическим.

По полученным решениям были построены графики, по которым видно отсутствие существенных расхождения между этими видами решений. Более того, по таблицам полученных решений были построены таблицы разностей этих решений. Погрешность между решениями составила менее 0.001.

РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ЭЙЛЕРА И МЕТОДА РУНГЕ-КУТТА В МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКЕ ДЛЯ ЗАДАЧИ РАЗРУШЕНИЯ СТЕРЖНЯ

Марченко А.В. *(ДВГУ, Владивосток)*, ***Еременко А.С.*** *(ДВГУ, Владивосток)*

Нарушение целостности материалов при сильном деформировании и разрушении создает серьезные сложности в описании подобных процессов в рамках классической механики сплошной среды. В этом случае большие перспективы могут быть связаны с использованием метода частиц [1].

Основной задачей данной работы является применение метода частиц для исследования процесса деформации бесконечно тонкого металлического стержня при его растяжении. Согласно этому методу стержень рассматривается как совокупность N материальных точек. Уравнения движения для них - уравнения Ньютона, в которых потенциал взаимодействия - потенциал Морзе:

$$W(x) = \mathrm{D}\left(e^{-2\,\frac{|x|}{a}}\right) - \mathrm{D}\left((2\,e)^{-\frac{|x|}{a}}\right)$$

D - амплитудный коэффициент.

Для описания движения частиц были применены две расчетные схемы - схема Эйлера (1-го порядка точности) и схема Рунге-Кутта (2-го порядка точности) соответственно:

$$x_{n+1}{}^{i} = x_{n}{}^{i} + \tau \nu_{n}{}^{i},$$

$$\nu_{n+1}{}^{i} = \nu_{n}{}^{i} + \frac{\tau f\left(x_{n}{}^{i}\right)}{m}.$$

$$x_{n+1}{}^{i} = x_{n}{}^{i} + \tau\left(\nu_{n}{}^{i} + 1/2\,\tau f\left(x_{n}{}^{i}\right)\right),$$

$$\nu_{n+1}{}^{i} = \nu_{n}{}^{i} + \frac{\tau f\left(x_{n}{}^{i} + 1/2\,\tau \nu\left(x_{n}{}^{i}\right)\right)}{m}.$$

m - масса одной частицы.

С одной стороны стержень закреплен, а с другой медленно растягивается. В расчетах число частиц было выбрано равным 10000. Масса стержня M = 100 гр.

Процесс разрушения анализировался по поведению плотности - отношение числа частиц к длине интервала, в котором происходило измерение плотности. При построении графиков зависимости кол-ва частиц от интервала измерения плотности, видно, что при использовании метода Рунге-Кутта скачки по плотности меньше, чем при использовании метода Эйлера, и разрыв происходит на расстоянии 0.8 см, а при использовании метода Эйлера на расстоянии 2 см.

Точность метода влияет на результат. Таким образом, чтобы ответить на вопрос о точном расстоянии точки разрыва следует воспользоваться методами более высокого порядка. Эта программа будет реализована в дальнейшем.

Работа поддержана грантом ДВО РАН, є 04-3-Ж-01-003.

[1] Кривцов А.М., Кривцова Н.В. // Дальневосточный матем журн. 2002 Е. 3, є2. С. 254-267.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОДЪЕМА ПЫЛИ ЗА ПРОШЕДШЕЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

Руденко П.А. *(ДВГУ, Владивосток)*

Подъем пыли за прошедшими ударными волнами, фактически, является одним из механизмов перемешивания при образовании пылегазовых смесей (запыленных газов). Для описания подъема частиц пыли в потоке газа за прошедшей ударной волной в рамках Лагранжева подхода была использована точечная модель, предложенная в [1].

Рассматривалось движение твердой частицы, расположенной на поверхности пластины в набегающем на пластину потоке вязкого газа. При этом, учитывались силы Саффмана и Магнуса, которые в данной задаче считаются ответственными за подъем частицы.

Аналогично [1], расчеты проводились для различных ударных волн: слабых - число Маха $M_0 = 1.3$, средней интенсивности - $M_0 = 2.7$ и сильных - $M_0 = 5$, и разных размерах частиц. Размеры частиц варьировались от 10 до 225 мкм.

Полученые результаты качественно совпадают с экспериментами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №03-07-90334в).

[1] Гостеев Ю.А., Федоров А.В. К расчету подъема пыли за проходящей ударной волной // Физика горения и взрыва, 2002, т.38, №3, стр.80-84

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

СОДЕРЖАНИЕ